

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Математический анализ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Физика

Форма обучения: Очная

Разработчик:

Капкаева Л. С., докт. пед. наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 9 от 19.03.2022 года

И. о. зав. кафедрой _____



_____ Храмова Н. А.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование систематизированных знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.

Дисциплина направлена на идейную подготовку к восприятию более глубоких математических понятий, развитие логического мышления, математической культуры, в частности, математической интуиции, а также на профессиональную подготовку: формирование умений проводить анализ и поиск решения задачи, доказательства теоремы, применять модельные примеры и наглядные (в т.ч. мультимедийные) средства обучения

Задачи дисциплины:

- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- научить применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- познакомить с современными направлениями развития математического анализа и его приложениями;
- дать научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала анализа».

В том числе воспитательные задачи:

- формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.08.05 «Математический анализ» относится к предметно-методическому модулю «Математика» блока Б1.О обязательной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 1, 2 курсах, в 1, 2, 3, 4 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: знание математики в объеме школьного курса.

Освоение дисциплины К.М.08.05 «Математический анализ» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Б3.01 Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена;

К.М.08.03 Геометрия;

К.М.08.14 Математическое моделирование;

К.М.08.06 Методика обучения математике;

К.М.07.15 Численные методы;

К.М.08.ДВ.01.01 Элементы математического анализа в комплексной области;

К.М.08.ДВ.01.02 Теория рядов и её приложения

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Математический анализ», включает: 01 Образование и наука (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Компетенция в соответствии ФГОС ВО	
Индикаторы достижения компетенций	Образовательные результаты
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	Знает: – методы осуществления поиска, критического анализа и синтеза информации; Умеет: – применять системный подход, логические формы и процедуры для решения поставленных задач. Владеет: – навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	
ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	Знает: – роль и место математики в общей картине научного знания; – структуру, состав и дидактические единицы содержания алгебры и начал математического анализа. Умеет: – выявлять структуру, состав и дидактические единицы содержания алгебры и начал математического анализа. Владеет: – действием проектирования различных форм учебных занятий в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	Знает: – приемы отбора учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. Умеет: – осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. Владеет: – приемами отбора учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	Знает: – характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; – особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. Умеет: – оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; Владеет:

	– навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.
--	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Общая трудоемкость	Общая трудоемкость	Контактная работа	Практические	Лекции	Самостоятельная работа	Вид промежуточной аттестации
Период контроля	Часы	ЗЕТ	Всего			Всего	Экзамен
Всего	468	13	168	90	72	228	42
Первый семестр	144	4	54	36	18	90	Зачет
Второй семестр	144	4	36	18	18	84	Экзамен-24
Третий семестр	108	3	36	18	18	42	Экзамен-30
Четвертый семестр	72	2	36	18	18	12	Экзамен-24

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль 1. Действительные числа. Предел последовательности:

Числовые множества. Действительные числа. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки. Функция. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Числовые последовательности. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Число e . Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной:

Предел функции в точке и на бесконечности. Определение предела функции по Гейне и по Коши их эквивалентность. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Модуль 3. Производная функции, правила дифференцирования:

Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции, понятие дифференциала. Правила дифференцирования. Вычисление производных основных элементарных функций. Производная обратной функции. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Дифференциал и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная к графику функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Физический смысл производной. Основные теоремы дифференциального

исчисления. Формула Тейлора. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Модуль 4. Приложения производной к исследованию функций:

Исследование функций с помощью производной на монотонность. Признак монотонности Экстремум функции. Исследование функций с помощью производной на экстремум: необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума. Выпуклость функции. Исследование функций с помощью производной на выпуклость и точки перегиба. План построения графика функции. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Алгоритм решения текстовых задач на наименьшее и наибольшее значения.

Модуль 5. Неопределенный интеграл

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства первообразных и неопределенных интегралов. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменной, интегрирование по частям. Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. .

Модуль 6. Определенный интеграл

Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Несобственные интегралы первого и второго рода.

Модуль 7. Приложения определенного интеграла. Дифференциальные уравнения:

Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора. Длина дуги плоской кривой. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем и площадь поверхности тела вращения. Приложения определенного интеграла в физике. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Модуль 8. Теория рядов в действительной области

Понятие числового ряда и его суммы. сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда. Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Теоремы о перестановке членов абсолютно сходящегося и условно сходящегося рядов. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сумма функционального ряда. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Нахождение области сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора и Маклорена. Теоремы о сходимости ряда Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

5.2. Содержание дисциплины: Лекции (72 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Предел последовательности (10 ч.)

Тема 1. Числовые множества. Действительные числа (2 ч.)

Предмет математического анализа. Числовые множества. Ограниченные и неограниченные числовые множества, верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней и нижней граней. Окрестность точки.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Тема 2. Отображение. Функция и её график, способы задания функций. Основные элементарные функции (2 ч.)

Соответствие. Отображение, виды отображений. Понятие функции и её графика. Основные элементарные функции. Область определения и множество значений функции. Композиция функций. Обратная функция.

Тема 3. Свойства функций: четность, нечетность, монотонность, периодичность, ограниченность (2 ч.)

Четные и нечетные функции. Монотонные функции. Периодические функции. Ограниченные и неограниченные функции.

Тема 4. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Арифметические операции над пределами (2 ч.)

Понятие числовой последовательности, способы задания. Определение предела последовательности и его геометрический смысл. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними. Арифметические операции над пределами.

Тема 5. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной последовательности. Число e (2 ч.)

Теоремы о предельном переходе в неравенствах и о пределе промежуточной последовательности. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e . Второй замечательный предел для последовательностей.

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной (8 ч.)

Тема 6. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними (2 ч.)

Предел функции в точке и на бесконечности. Определение предела функции по Гейне и по Коши. Односторонние пределы. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции.

Тема 7. Основные теоремы о пределах функции. Замечательные пределы (2 ч.)

Основные теоремы о пределах функции. Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.

Тема 8. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции, их классификация (2 ч.)

Непрерывность функции в точке, различные формы записи. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Схема исследования функции на непрерывность. Примеры исследования функции на непрерывность.

Тема 9. Свойства функций, непрерывных на отрезке (2 ч.)

Непрерывность функции на множестве. Предел и непрерывность композиции функций. Теорема о непрерывности обратной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши и следствия из неё.

Модуль 3. Производная функции, правила дифференцирования (10 ч.)

Тема 1. Определение производной и дифференциала функции. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных (2 ч.)

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции. Понятие дифференциала функции. Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производных.

Тема 2. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала (2 ч.)

Определение дифференцируемой функции и дифференциала функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Связь дифференцируемости и непрерывности функции в точке. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику

дифференцируемой функции. Дифференциал и его применение.

Тема 3. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Логарифмическое дифференцирование (2 ч.)

Теорема о производной обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Производная степенно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование, понятие логарифмической производной.

Тема 4. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница (2 ч.)

Повторное дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков и их свойства. Формула Лейбница.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления (2 ч.)

Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и их применение. Формула Тейлора. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Модуль 4. Приложения производной к исследованию функций (8 ч.)

Тема 6. Применение производной к исследованию функций на монотонность (2 ч.)

Исследование функций на монотонность с помощью производной. Признак монотонности функции.

Тема 7. Применение производной к исследованию функций на экстремум (2 ч.)

Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной, второй производной, высших производных. Исследование функций на экстремум с помощью производной.

Тема 8. Применение производной к исследованию функций на выпуклость и точки перегиба (2 ч.)

Понятие функции, выпуклой вверх (вниз). Достаточные условия выпуклости функции вверх (вниз). Понятие точки перегиба графика функции. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты графика функции. План построения графика функции.

Тема 9. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке (2 ч.)

Нахождение с помощью производной наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Алгоритм решения текстовых задач на наибольшее и наименьшее значения.

Модуль 5. Неопределенный интеграл (10 ч.)

Тема 1. Первообразная функция и неопределенный интеграл (2 ч.)

Понятия первообразной функции и неопределенного интеграла, их свойства и геометрический смысл. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Правила вычисления первообразной.

Тема 2. Основные методы интегрирования (2 ч.)

Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменной, интегрирование по частям.

Тема 3. Интегрирование правильных рациональных функций (2 ч.)

Интегрирование простейших правильных рациональных функций: метод неопределенных коэффициентов. Общее правило интегрирования рациональных функций.

Тема 4. Интегрирование тригонометрических функций (2 ч.)

Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Применение тригонометрических формул, замена переменной.

Тема 5. Интегрирование простейших иррациональных функций (2 ч.)

Интегрирование иррациональных выражений. Методы интегрирования некоторых квадратичных иррациональностей.

Модуль 6. Определенный интеграл (8 ч.)

Тема 6. Понятие определенного интеграла и условия его существования (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Понятие интегральной суммы Римана и её предела. Определение определенного интеграла (интеграла Римана), его геометрический смысл. Необходимое условие существования интеграла. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости по Риману. Интегрируемость непрерывной функции.

Тема 7. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница (2 ч.)

Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем и её геометрический смысл. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница.

Тема 8. Методы вычисления определенного интеграла (2 ч.)

Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.

Тема 9. Несобственные интегралы первого и второго рода (2 ч.)

Несобственные интегралы первого рода, их свойства и вычисление. Несобственные интегралы второго рода, их свойства и вычисление.

Модуль 7. Приложения определенного интеграла. Дифференциальные уравнения (8 ч.)

Тема 1. Геометрические приложения определенного интеграла (2 ч.)

Площадь криволинейной трапеции. Методы вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла. Понятие криволинейного сектора. Вычисление площади криволинейного сектора с помощью интеграла. Понятие гладкой и спрямляемой кривой. Определение длины дуги плоской кривой. Некоторые замечательные кривые: кардиоида, астроида, циклоида и др. Вычисление длины дуги плоской кривой с помощью интеграла.

Тема 2. Вычисление объема и поверхности тела вращения (2 ч.)

Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Понятие объема и площади поверхности тела вращения. Вычисление объема и поверхности тела вращения с помощью интеграла.

Тема 3. Приложения определенного интеграла в физик. (2 ч.)

Вычисление пройденного пути. Вычисление работы переменной силы. Вычисление давления жидкости. Статический момент и центр тяжести плоской кривой и плоской фигуры.

Тема 4. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (2 ч.)

Понятие дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям..

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (10 ч.)

Тема 5. Понятие числового ряда и его суммы (2 ч.)

Понятие числового ряда и его суммы. сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.

Тема 6. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница (2 ч.)

Исследование сходимости рядов с неотрицательными членам. Признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные и знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Теоремы о перестановке членов абсолютно сходящегося и условно сходящегося рядов.

Тема 7. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость функциональных рядов (2 ч.)

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сумма функционального ряда. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

Тема 8. Степенные ряды, радиус и интервал сходимости степенного ряда (2 ч.)

Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Нахождение области сходимости степенного ряда.

Тема 9. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды (2 ч.)

Ряд Тейлора и Маклорена. Теоремы о сходимости ряда Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

5.3. Содержание дисциплины: Практические занятия (90 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Теория пределов (18 ч.)

Тема 1. Метод математической индукции (2 ч.)

Полная и неполная индукции. Метод математической индукции и его применение к доказательству утверждений. Решение задач.

Тема 2. Действительные числа (2 ч.)

Рациональные и иррациональные числа. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Числовые промежутки и окрестности.

Тема 3. Модуль действительного числа и его свойства (2 ч.)

Понятие модуля числа и его геометрический смысл. Свойства модуля. Решение уравнений и неравенств с модулем.

Тема 4. Соответствие. Отображение. Функция (2 ч.)

Понятие отображения (функции), виды отображений. Область определения и множество значений функции. Обратная функция.

Тема 5. Классификация функций по их свойствам (2 ч.)

Четная и нечетная функции, монотонные функции, периодические функции, ограниченные и неограниченные функции.

Тема 6. Элементарные функции, их свойства и графики (2 ч.)

Элементарные функции, их свойства и графики. Кусочно-заданные функции, построение их графиков.

Тема 7. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над пределами (2 ч.)

Определение предела числовой последовательности, решение задач с помощью определения предела последовательности и задач на вычисление предела последовательности с использованием арифметических свойств предела.

Тема 8. Предел монотонной последовательности. Число e (2 ч.)

Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых. Решение задач на нахождение предела последовательности.

Тема 9. Контрольная работа (2 ч.)

Контрольная работа по теме: «Вычисление пределов».

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной (18 ч.)

Тема 10. Предел функции в точке и на бесконечности (2 ч.)

Предел функции и его свойства. Нахождение пределов функций с помощью определения и с использованием свойств предела.

Тема 11. Первый и второй замечательные пределы (2 ч.)

Первый замечательный предел и следствия из него. Второй замечательный предел. Решение задач на вычисление пределов функций.

Тема 12. Эквивалентные функции. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций (2 ч.)

Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных функций

Тема 13. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность (2 ч.)

Понятие непрерывности функции в точке. Разные формы определения непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства непрерывных функций в точке

Тема 14. Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва (2 ч.)

Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Исследование функций

на непрерывность с помощью определения. Доопределение функции до непрерывной. Анализ школьных задач на непрерывность функции.

Тема 15. *Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов (2 ч.)*

Непрерывность сложной функции. Применение непрерывности функции к вычислению пределов. Вычисление пределов степенно-показательных функций.

Тема 16. *Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции (2 ч.)*

Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции. Применение к решению задач.

Тема 17. *Исследование функций на непрерывность и построение графиков (2 ч.)*

Исследование функций на непрерывность и построение графиков функций. исследование характера точек разрыва.

Тема 18. *Контрольная работа (2 ч.)*

Контрольная работа по теме: «Непрерывность функции»

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (10 ч.)

Тема 1. *Понятие производной и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования (2 ч.)*

Понятие производной функции. Нахождение производной с помощью определения. Понятие дифференцируемости и дифференциала функции в точке. Правила дифференцирования. Таблица производных. Решение задач на нахождение производных и дифференциалов.

Тема 2. *Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала (2 ч.)*

Решение задач на применение геометрического и физического смыслов производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику функции.

Тема 3. *Производная и дифференциал сложной функции (2 ч.)*

Решение задач на нахождение производной и дифференциала сложной функции. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Производная степенно-показательной функции. Понятие логарифмической производной функции.

Тема 4. *Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница (2 ч.)*

Решение задач на нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Применение формулы Лейбница.

Тема 5. *Формула Тейлора. Правило Лопиталя (2 ч.)*

Разложение функций по формуле Тейлора. Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Контрольная работа по теме: «Правила вычисления производных».

Модуль 4. Приложения производной к исследованию функций (8 ч.)

Тема 6. *Исследование функций на монотонность и экстремум с помощью производной (2 ч.)*

Признак монотонности функций. Исследование функций на монотонность с помощью производной. Решение задач. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной. Исследование функции на экстремум с помощью первой производной и старших производных.

Тема 7. *Выпуклость функции, точки перегиба. Полное исследование функции и построение её графика (2 ч.)*

Выпуклость функции на промежутке. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточное условие перегиба. Схема полного исследования функции и построения графика функции. Решение задач.

Тема 8. *Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и интервале. Решение текстовых задач (2 ч.)*

Алгоритм решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и интервале.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Тема 9. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции (2 ч.)

Виды текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений: алгебраические, геометрические, физические, экономические. Контрольная работа.

Модуль 5. Неопределенный интеграл (10 ч.)

Тема 1. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла (2 ч.)

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Метод непосредственного интегрирования функций

Тема 2. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям (2 ч.)

Решение задач на вычисление интегралов методом замены переменной и методом интегрирования по частям.

Тема 3. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов (2 ч.)

Понятия правильной и неправильной рациональных дробей. Общее правило интегрирования рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 4. Интегрирование рациональных тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка (2 ч.)

Интегрирование тригонометрических функций: использование формул тригонометрии, замена переменной. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Интегрирование простейших иррациональностей.

Тема 5. Интегрирование простейших иррациональностей (2 ч.)

Решение задач на интегрирование простейших иррациональностей. Интегрирование квадратных иррациональностей.

Модуль 6. Определенный интеграл (8 ч.)

Тема 6. Определенный интеграл, его свойства и вычисление (2 ч.)

Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница.

Тема 7. Методы вычисления определенного интеграла (2 ч.)

Вычисление определенного интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.

Тема 8. Несобственные интегралы первого рода, их свойства и вычисление (2 ч.)

Понятие несобственного интеграла первого рода, его свойства и связь с определенным интегралом. Решение задач на вычисление несобственных интегралов первого рода.

Тема 9. Несобственные интегралы второго рода, их свойства и вычисление (2 ч.)

Понятие несобственного интеграла второго рода, его свойства и связь с определенным интегралом. Решение задач на вычисление несобственных интегралов второго рода.

Модуль 7. Приложения определенного интеграла. Дифференциальные уравнения (8 ч.)

Тема 1. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади фигуры и длины дуги плоской кривой (2 ч.)

Решение задач на вычисление площади криволинейной трапеции. Методы вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла. Вычисление площади криволинейного сектора. Решение задач на вычисление длины дуги плоской кривой с помощью интеграла.

Тема 2. Вычисление объема и поверхности тела вращения (2 ч.)

Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Решение задач на вычисление объема и площади поверхности тела вращения с помощью интеграла.

Тема 3. Приложения определенного интеграла в физике. (2 ч.)

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Схема применения определенного интеграла к решению физических задач. Решение задач на вычисление пройденного пути, работы переменной силы, давления жидкости. Статический момент и центр тяжести плоской кривой и плоской фигуры.

Тема 4. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (2 ч.)

Понятие дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений с разделенными и разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (10 ч.)

Тема 6. Понятие числового ряда и его суммы (2 ч.)

Понятие числового ряда и его суммы. сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Гармонический ряд. Вычисление суммы и остатка ряда. Исследование числового ряда на сходимость по определению. Необходимое условие сходимости ряда.

Тема 7. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница (2 ч.)

Исследование сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Исследование сходимости знакопередающих рядов, признак Лейбница

Тема 8. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса (2 ч.)

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Исследование функциональных рядов на равномерную сходимость, признак Вейерштрасса.

Тема 9. Степенные ряды, радиус и интервал сходимости (2 ч.)

Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Решение задач на нахождение области сходимости степенных рядов.

Тема 10. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды (2 ч.)

Ряд Тейлора и ряд Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Решение задач на разложение функций в степенные ряды. Некоторые приложения степенных рядов.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Первый семестр (90 ч.)

Модуль 1. Действительные числа. Предел последовательности (50 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной (40 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Второй семестр (84 ч.)

Модуль 3. Производная функции, правила дифференцирования (44 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Модуль 4. Приложения производной к исследованию функций (40 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий.

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Третий семестр (42 ч.)

Модуль 5. Неопределенный интеграл (22 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю

Модуль 6. Определенный интеграл (20 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

Четвертый семестр (42 ч.)

Модуль 7. Приложения определенного интеграла. Дифференциальные уравнения (22 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю

Модуль 8. Теория рядов в действительной области (20 ч.)

Вид СРС: Выполнение индивидуальных заданий

Выполнение индивидуальных заданий

Вид СРС: Подготовка к тестированию

Выполнение заданий демонстрационного теста по модулю

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Выполнение заданий демонстрационного варианта контрольной работы по модулю.

7. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции и этапы формирования

№ п/п	Оценочные средства	Компетенции, этапы их формирования
1.	Социально-гуманитарный модуль	УК-1
2.	Коммуникативно-цифровой модуль	УК-1

3	Модуль здоровьесберегающий	-
4.	Психолого-педагогический модуль	ПК-3
5.	Модуль воспитательной деятельности	-
6.	Модуль учебно-исследовательской и проектной деятельности	УК-1
7.	Предметно-методический модуль «Информатика»	ПК-1, ПК-3
8.	Предметно-методический модуль «Математика»	УК-1, ПК-1, ПК-3

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции			
2 (не зачтено) ниже порогового	3 (зачтено) пороговый	4 (зачтено) базовый	5 (зачтено) повышенный
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.			
Не применяет логические формы и процедуры, не способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	С существенными недочетами применяет логические формы и процедуры, частично способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	С отдельными недочетами применяет логические формы и процедуры, способен с помощью к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач			
ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).			
Не знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	С существенными недочетами знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	С отдельными недочетами знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).	В совершенстве знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).
ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.			
Не умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	С существенными недочетами умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	С отдельными недочетами умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами			

преподаваемых учебных предметов			
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).			
Не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	С существенными недочетами владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	С отдельными недочетами (частично) владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	Полностью владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	
	Экзамен (дифференцированный зачет)	
Повышенный	5 (отлично)	
Базовый	4 (хорошо)	
Пороговый	3 (удовлетворительно)	
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	
		Шкала оценивания по БРС
		90 – 100%
		76 – 89%
		60 – 75%
		Ниже 60%

8.3. Вопросы промежуточной аттестации

Первый семестр (Зачет, ПК-1, ПК-3)

1. Введите понятие множества. Определите операции над множествами, декартово произведение множеств, конечное и бесконечное множества.
2. Опишите, в чем заключается принцип математической индукции. Приведите примеры доказательств методом математической индукции.
5. Опишите числовые множества: натуральные, целые, действительные числа. Сравните свойства операций над числами.
6. Сформулируйте свойство непрерывности множества действительных чисел. Проиллюстрируйте на примере.
7. Дайте определение ограниченного множества, точных верхней и нижней граней множества. Сформулируйте и докажите принцип Вейерштрасса полноты действительных чисел в терминах точной верхней грани.
8. Дайте определение системы вложенных отрезков. Сформулируйте и докажите принцип полноты Кантора (принцип вложенных отрезков).
9. Дайте определение предельной точки множества. Сформулируйте принцип Больцано-Вейерштрасса.
10. Дайте определение отображения. Опишите виды отображений: инъекции, сюръекции, биекции. Приведите примеры.
11. Опишите способы задания и график функции. Сформулируйте определения: монотонной функции, периодической функции, четной и нечетной функции. Приведите примеры.
12. Дайте определение композиции функций. Приведите примеры. Введите понятие обратной функции. Опишите алгоритм нахождения обратной функции.
13. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение степенной функции: с натуральным, целым и рациональным показателями, опишите её свойства и график. Приведите примеры.

14. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение показательной функции и опишите её свойства и график.

15. Перечислите основные элементарные функции. Дайте определение логарифмической функции и опишите её свойства и график.

16. Дайте определение тригонометрическим и обратным тригонометрическим функциям, опишите их свойства и графики.

17. Введите понятие предела последовательности. Сформулируйте разные определения предела последовательности. Докажите единственность предела.

18. Введите понятие бесконечно малой последовательности. Опишите и докажите свойства бесконечно малых последовательностей. Приведите примеры.

19. Дайте определение ограниченной и неограниченной последовательностей. Приведите примеры. Докажите теорему об ограниченности сходящейся последовательности

20. Опишите и докажите связь бесконечно больших и бесконечно малых последовательностей.

21. Докажите свойства сходящихся последовательностей (ограниченность, сохранение знака).

22. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела последовательности.

23. Докажите теорему о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.

24. Докажите теорему о пределе промежуточной последовательности (оценочный признак существования предела последовательности).

25. Дайте определение монотонной последовательности. Докажите теорему Вейерштрасса о пределе монотонной и ограниченной последовательности.

26. Сформулируйте и докажите второй замечательный предел. Покажите способы применения замечательного предела при вычислении пределов последовательностей.

27. Сформулируйте понятие подпоследовательности. Докажите теорему о пределе подпоследовательности.

28. Сформулируйте и докажите теорему Больцано-Вейерштрасса о пределе подпоследовательности ограниченной последовательности.

29. Введите понятие последовательности Коши. Сформулируйте и докажите критерий Коши существования предела последовательности.

30. Дайте различные определения предела функции в точке, докажите единственность предела.

31. Опишите функции, бесконечно малые в точке и докажите их свойства.

32. Опишите связь бесконечно больших и бесконечно малых функций в точке.

33. Сформулируйте и докажите теорему о связи предела функции и бесконечно малой функции.

34. Докажите первый замечательный предел.

35. Сформулируйте и докажите арифметические свойства предела функции.

36. Сформулируйте и докажите свойства функций, имеющих предел в точке.

37. Введите понятие односторонних пределов функции и на конкретных примерах покажите их вычисление.

38. Докажите теорему о пределе сложной функции.

39. Сравните асимптотическое поведение функций. Дайте определение функциям, эквивалентным в точке. Докажите теорему о замене эквивалентных функций в произведении.

40. Напишите таблицу функций, эквивалентных в точке. Опишите правила нахождения пределов с использованием эквивалентных функций.

41. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке. Опишите локальные свойства непрерывных функций.

42. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке в разных формах. Приведите примеры непрерывных и разрывных функций. Опишите точки разрыва функции

43. Сформулируйте теорему об ограниченности функции, непрерывной на отрезке.

44. Сформулируйте и докажите теорему о нуле непрерывной на отрезке функции.

45. Докажите теорему Больцано-Коши о промежуточных значениях функции, непрерывной на отрезке.

46. Докажите теорему Вейерштрасса о достижении функцией, непрерывной на отрезке, наибольшего и наименьшего значений.

Второй семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-3)

1. Сформулируйте определения производной функции в точке и дифференцируемости функции в точке. Опишите понятие дифференциала функции. Сформулируйте и докажите необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.

2. Опишите геометрический и физический смыслы производной и дифференциала функции в точке. Введите понятие касательной к кривой, запишите уравнение касательной.

3. Объясните процесс дифференцирования сложной функции.

4. Объясните, как находить производную обратной функции.

5. Объясните, в чем заключается инвариантность формы первого дифференциала.

Приведите пример.

6. Запишите правила дифференцирования. Докажите одно из них. Проиллюстрируйте примерами

7. Запишите таблицу производных и проведите вывод производных элементарных функций.

8. Сформулируйте определение производной высшего порядка. Сформулируйте правило Лейбница и покажите, как оно применяется.

9. Сформулируйте определение дифференциала высшего порядка. Покажите не инвариантность формы второго дифференциала.

10. Объясните, как проводить дифференцирование функции, заданной параметрически.

11. Сформулируйте и докажите необходимое условие локального экстремума (теорему Ферма).

12. Сформулируйте и докажите теорему Ролля о нуле производной.

13. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа о среднем. Опишите геометрический смысл этой теоремы.

14. Сформулируйте и докажите теорему Коши о среднем.

15. Сформулируйте и докажите правило Лопиталя раскрытия неопределенностей (0/0)

16. Сформулируйте и покажите применение правила Лопиталя раскрытия неопределенностей (∞/∞)

17. Сформулируйте и докажите локальную формулу Тейлора. Приведите примеры разложений функции по формуле Тейлора

18. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение элементарных функций $\sin x$ и $\cos x$

19. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение показательной функции e^x .

20. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение логарифмической функции $\ln(1+x)$.

21. Запишите формулу Маклорена как частный случай формулы Тейлора. Обоснуйте асимптотическое разложение $(1+x)^\alpha$.

22. Сформулируйте и обоснуйте связь между монотонностью дифференцируемой функции и знаком ее производной. Проиллюстрируйте на конкретных примерах.

23. Введите понятие экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции. Сформулируйте и докажите достаточное условие экстремума в терминах первой производной.

24. Введите понятие экстремума функции одной действительной переменной. Сформулируйте и докажите достаточное условие экстремума (в терминах высшей производной).

25. Сравните имеющиеся достаточные условия экстремума. Оцените преимущества и недостатки их применения. Приведите примеры, иллюстрирующие применимость одного из

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

них и неприменимость другого при исследовании на экстремум.

26. Опишите понятие выпуклости графика функции вверх (вниз) на промежутке, понятие точки перегиба. Сформулируйте и обоснуйте достаточные условия выпуклости графика функции и существования точек перегиба по знаку второй производной.

27. Сформулируйте понятие асимптоты и обоснуйте правила нахождения асимптот (вертикальной, наклонной). Приведите примеры, иллюстрирующие полученные формулы.

28. Опишите полную схему исследования функции и построения её графика.

29. Опишите алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и на интервале. Приведите примеры.

30. Опишите алгоритм решения текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.

Третий семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-3)

1. Сформулируйте задачу восстановления функции по ее производной. Объясните понятие первообразной функции. Приведите примеры. Докажите основное свойство первообразных. Сформулируйте правила нахождения первообразных и проиллюстрируйте их.

2. Введите понятие неопределенного интеграла и объясните его геометрический смысл. Сформулируйте и докажите основные свойства неопределенного интеграла. Опишите таблицу основных неопределенных интегралов.

3. Опишите методы вычисления неопределенного интеграла: непосредственного интегрирования, замены переменной, интегрирования по частям. Приведите примеры.

4. Объясните, в каких случаях применяется метод интегрирования по частям и метод подведения под знак дифференциала. Что означает приведение интеграла к самому себе, в каком методе это применяется?

5. Объясните, что такое рациональная дробь, правильная (неправильная) дробь, элементарная (простейшая) дробь. Опишите схему интегрирования правильных рациональных дробей. Проиллюстрируйте на конкретном примере.

6. Опишите типы элементарных (простейших) рациональных дробей. И сформулируйте правила их интегрирования. Приведите примеры. Опишите общую схему интегрирования рациональных функций.

7. Объясните правила интегрирования рациональных тригонометрических выражений, применение универсальной тригонометрической подстановки и формул тригонометрии. Приведите примеры.

8. Объясните правила вычисления интегралов вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$ и $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$. Приведите примеры.

9. Объясните правило интегрирования дробно-линейных иррациональностей вида $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$. Приведите пример.

10. Сформулируйте задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, и объясните метод их решения. Введите понятия интегральной суммы Римана и её предела.

11. Введите понятие определенного интеграла, сформулируйте необходимое условие интегрируемости по Риману и докажите его.

12. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами, докажите одно из них.

13. Объясните свойство аддитивности определенного интеграла. Опишите особенности вычисления определенного интеграла четной и нечетной функций по симметричному промежутку. Ответ проиллюстрируйте геометрически.

14. Сформулируйте свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами, и докажите одно из них.

15. Сформулируйте и докажите теорему о среднем значении для интеграла Римана, приведите её геометрическую интерпретацию.

16. Выведите формулу для нахождения площади криволинейной трапеции. Приведите примеры её применения.
17. Опишите понятия верхней и нижней сумм Дарбу. Сформулируйте их свойства. Приведите геометрическую интерпретацию.
18. Введите понятия верхнего и нижнего интегралов Дарбу. Сформулируйте критерий интегрируемости Дарбу. Приведите геометрическую интерпретацию.
19. Сформулируйте и докажите критерий интегрируемости по Риману и следствие из него.
20. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, непрерывной на отрезке.
21. Сформулируйте и докажите интегрируемость по Риману функции, монотонной на отрезке.
22. Введите понятие определенного интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом и докажите её.
23. Докажите теорему о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Сформулируйте теорему о существовании первообразной функции для непрерывной функции.
24. Сформулируйте и докажите основную теорему интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла и её применение.
25. Сформулируйте теорему о замене переменной в определенном интеграле. Укажите особенность применения метода замены переменной в определенном интеграле.
26. Сформулируйте и докажите теорему о вычислении определенного интеграла методом интегрирования по частям. Приведите пример.
27. Введите понятие несобственного интеграла *первого рода*. Объясните способ его вычисления и обобщенную формулу Ньютона-Лейбница. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов.
28. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов с бесконечными пределами от неотрицательных функций. Проанализируйте и сравните сходимость интеграла от функции $\frac{1}{x^\alpha}$ на луче $[1, +\infty)$ в зависимости от значений параметра α .
29. Сформулируйте определение несобственного интеграла от неограниченной функции (*второго рода*). Объясните его геометрический смысл и правила вычисления. Опишите свойства этого интеграла.
30. Сформулируйте признаки сравнения и следствия из них для несобственных интегралов от неотрицательных и неограниченных функций.

Четвертый семестр (Экзамен, ПК-1, ПК-3)

1. Опишите способы вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.
2. Опишите способ вычисления площади фигуры, ограниченной линией, заданной параметрическими уравнениями, с помощью определенного интеграла. Приведите пример.
3. Опишите способ вычисления площади фигуры, ограниченной линией, заданной в полярных координатах, с помощью определенного интеграла. Приведите пример.
4. Опишите способ вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.
5. Опишите способ вычисления объема тела вращения с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой. Приведите пример.
6. Опишите способ вычисления площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.
7. Опишите способ вычисления площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой. Приведите пример.
8. Сформулируйте определения спрямляемой кривой и гладкой кривой. Опишите

способ вычисления длины дуги кривой с помощью определенного интеграла в декартовых координатах. Приведите пример.

9. Опишите способ вычисления длины дуги кривой с помощью определенного интеграла при параметрическом задании кривой и в полярных координатах. Приведите примеры.

10. Введите понятие числового ряда и его суммы. Приведите примеры из школьного курса алгебры, иллюстрирующие это понятие.

11. Введите понятие сходящегося и расходящегося числового ряда. Докажите простейшие свойства сходящихся рядов: умножение на константу и сумма сходящихся рядов.

12. Введите понятие n -го остатка ряда. Сравните сходимость ряда и его любого остатка. Объясните, как изменится сходимость ряда, если в нем отбросить конечное число членов.

13. Докажите необходимое условие сходимости ряда. На примере гармонического ряда покажите, что оно не является достаточным. Сформулируйте достаточное условие расходимости числового ряда.

14. Сформулируйте и докажите простой признак сравнения для рядов с неотрицательными членами. Приведите примеры.

15. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в предельной форме. Приведите примеры.

16. Сформулируйте и докажите признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

17. Сформулируйте и докажите радикальный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

18. Сформулируйте и докажите интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

19. Сформулируйте интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Введите понятие обобщенного гармонического ряда. Исследуйте обобщенный гармонический ряд на сходимость.

20. Введите понятие знакопередающегося ряда. Докажите признак Лейбница.

21. Введите понятие знакопередающегося ряда. Сформулируйте признак Лейбница. Покажите применение этого признака к приближенным вычислениям.

22. Введите понятие абсолютно сходящегося ряда и сформулируйте его свойства. Проиллюстрируйте примерами.

23. Сформулируйте теорему о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.

24. Введите понятие условно сходящегося ряда. Сформулируйте теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

25. Введите понятие функционального ряда. Опишите схему нахождения области сходимости функционального ряда.

26. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда на множестве и приведите примеры равномерно и неравномерно сходящихся функциональных рядов.

27. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

28. Сформулируйте свойства равномерно сходящихся функциональных рядов непрерывных функций. Сформулируйте достаточное условие неравномерной сходимости.

29. Сформулируйте теорему о почленном интегрировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.

30. Сформулируйте теорему о почленном дифференцировании функционального ряда. Приведите примеры применения этой теоремы.

31. Сформулируйте критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.

32. Введите понятие степенного ряда над полем действительных чисел. Сформулируйте и докажите теорему Абеля.

33. Обоснуйте правила вычисления радиуса сходимости степенного ряда. Приведите различные формулы для вычисления радиуса сходимости и примеры применения этих

формул.

34. Сформулируйте теорему о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Приведите примеры использования этой теоремы.

35. Опишите ряд Тейлора функции. Докажите достаточное условие сходимости ряда Тейлора.

36. Опишите ряд Маклорена функции. Обоснуйте разложение в ряд показательной функций e^x .

37. Обоснуйте разложение в ряд функций $\cos x$, $\sin x$ и покажите применение этих разложений.

38. Обоснуйте разложение в ряд функций e^x , $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{csh} x$ и покажите применение этих разложений.

39. Обоснуйте разложение в ряд функции $\ln(1+x)$ и покажите применение этого разложения.

40. Обоснуйте разложение в ряд функции $(1+x)^\alpha$ и покажите применение этого разложения.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Собеседование (устный ответ) на экзамене

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

– теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Тесты

При определении уровня достижений студентов с помощью тестового контроля необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за тест, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос теста;
- по вопросам, предусматривающим множественный выбор правильных ответов, оценка определяется исходя из максимальной оценки за один вопрос теста.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки. Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу. Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Асланов, Р. М. Математический анализ: краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р. М. Асланов, О. В. Ли, Т. Р. Мурадов. - М. : Прометей, 2014. - 284 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=426687&sr=1

2. Капкаева, Л. С. Математический анализ: Теория пределов. Дифференциальное исчисление : учеб. пособие для студентов бакалавриата вузов по направлению "Пед. образование" (профиль "Математика") / Л. С. Капкаева ; Мордов. гос. пед. ин-т. - Саранск, 2013. - 243 с.

3. Математический анализ : учеб. пособие для бакалавров / под общ. ред. А. М. Кытманова. - М. : Юрайт, 2014. - 607 с.

4. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. - 5-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 672 с.

Дополнительная литература

1. Долгополова, А. Ф. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. Ф. Долгополова, Т. А. Колодяжная. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2012. - 168 с. - Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

2. Гурьянова, К. Н. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / К. Н. Гурьянова, У. А. Алексеева, В. В. Бояршинов. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 332 с. - Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://school-collection.edu.ru> - Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов
2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma - Математический анализ: учебники, лекции, сайты, примеры. В данном разделе предлагаются ссылки на лучшие материалы по математическому анализу.

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- регулярно выполняйте задания для самостоятельной работы, своевременно отчитывайтесь преподавателю об их выполнении;
- изучив весь материал, проверьте свой уровень усвоения содержания дисциплины и готовность к сдаче зачета/экзамена, выполнив задания и ответив самостоятельно на примерные вопросы для промежуточной аттестации.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные понятия и категории по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к промежуточной аттестации;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на аудиторном занятии;
- повторите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к обсуждению вопросов по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к аудиторным занятиям.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к промежуточной аттестации;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы;
- проработайте содержание источника, сформулируйте собственную точку зрения на проблему с опорой на полученную информацию.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Помещение для самостоятельной работы.

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows 7 Pro – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- Microsoft Office Professional Plus 2010 – Лицензия № 49399303 от 28.11.2011 г.
- 1С: Университет ПРОФ – Лицензионное соглашение № 10920137 от 23.03.2016 г.

Подготовлено в системе 1С:Университет (000004372)

